

Problema

La enseñanza de las operaciones básicas, adición, sustracción, multiplicación y división, es esencial para el desarrollo del pensamiento matemático (Butterworth, 2005; Reyes Santander, 2012). El desarrollo de la operatporia básica se asocia con:

- habilidades verbales y espaciales (Dowker, 2005; Lehmann & Juling, 2002).
- el pensamiento algebraico (Carpenter, Levi, Loef & Koehler, 2005).

La adición es una de las primeras operaciones que se trabajan en el curriculum chileno (MINEDUC, 2013). Las dificultades en la aritmética se deben a una mezcla entre los esfuerzos cognitivos de un individuo y la forma en que se enseña en la escuela (Dowker, 2005).

Las creencias sobre la naturaleza de la matemática, los modelos de la naturaleza de enseñar matemática y de los modelos de los procesos de enseñar matemática, juegan un rol crucial en la formación inicial docente (Ernest,1989). Para Törner et. al (2010) las creencias tienen una influencia sobre lo que ocurre en la sala de clases, la toma de decisiones sobre el proceso de enseñanza y del aprendizaje. Según Schoen y LaVenía (2019) el foco de la literatura publicada se basa en el conocimiento de la materia por parte de los docentes y en cómo enseñarla. Nespor (1987) postuló, hace ya algunos años, que las creencias son más influyentes que el conocimiento a la hora de determinar cómo los sujetos darán sentido al mundo.

En el contexto de la FID de educación básica y en relación con la trayectoria de las creencias se planteó la pregunta ¿Cambian las creencias de los estudiantes sobre la enseñanza de la adición y sustracción durante la FID? Pregunta que se tradujo en una investigación con los siguientes objetivos:

- Diagnosticar las creencias arraigadas en la FID utilizando un cuestionario y entrevistas
- Identificar las variaciones entre las creencias de los estudiantes de primer año y los conocimientos de los estudiantes de últimos años.

Marco Teórico

Este estudio se basó en las Nociones Básicas (vom Hofe, 1995; 1998; vom Hofe & Blum, 2016; vom Hofe & Reyes-Santander, 2021). Las NB son prescriptivas para la formación docente de habla alemana (Reyes Santander, 2012; Reyes Santander y Soto Andrade, 2023). Las NB:

- proviene de la experiencia del sujeto que permite la construcción de significado para el concepto matemático.
- generan una representación visual apropiada de dicho concepto.
- tienen la capacidad de ser relacionadas con la realidad, reconociendo la estructura correspondiente en conexiones factuales o vía modelación.

Pueden ser utilizadas como una forma de categorizar información (Reyes-Santander, 2012; Reyes-Santander & vom Hofe, 2018; Soto-Andrade y Reyes-Santander, 2011).

Las NB de la suma son (Reyes Santander y vom Hofe, 2018) agregar de forma dinámica, juntar de manera estática y dinámica, completar o tarea hacia atrás de manera dinámica y las NB de la sustracción son (vom Hofe y Reyes Santander, 2021) restar, comparar de manera estática y dinámica y completar o tarea hacia atrás de manera dinámica.

Metodología

Estudio de enfoque mixto de comparación transversal, la población son los estudiantes de la FID de educación básica de una universidad chilena. Las herramientas de recolección de datos fue un cuestionario con preguntas cerradas y abiertas, en la tabla 1 se muestran las secciones y las frases asociadas a los ítems cerrados de la escala de Likert. Las preguntas abiertas se presentan junto con el análisis cualitativo.

Muestra del estudio:

- 48 estudiantes de primer año.
- 47 estudiantes de los últimos años de la carrera.

Tabla 1: Secciones del cuestionario asociados a la escala de Likert.

Dimensión	Ítem	Frase
Significado del concepto adición y sustracción.	Yo creo que al enseñar la adición...	A1. La fundamentación teórica matemática debe ser lo más importante.
		A2. Debo trabajar el concepto de “agregar” antes que el símbolo +
		A3. El niño construye conocimiento para la sustracción.
		A4. El niño construye conocimiento para la multiplicación.
		B1. Esta debe tener un significado asociado con la realidad de los niños.
Representaciones del concepto.	Yo creo que al enseñar la adición y la sustracción...	B2. Debo trabajar el concepto de “quitar” antes del símbolo +
		B3. La situación de aprendizaje debe tener énfasis en la matemática.
		B4. La situación de aprendizaje debe prestar interés en problemas propios de la edad de los niños.
		B5. Las experiencias previas de mis estudiantes me ayudarían a poder crear situaciones adecuadas.
		C1. Debo generar varias imágenes mentales en los niños para estos conceptos.
Capacidad de modelación.	Yo creo que al enseñar la adición y la sustracción...	C2. Debo prestar atención al aprendizaje de los símbolos matemáticos.
		C3. Se deben tener imágenes o dibujos asociadas a la realidad.
		C4. Se debe trabajar con la recta numérica.
		D1. La aplicación de la adición debería tener un rol muy importante.
		D2. La aplicación debe darse en situaciones de la vida real de los niños.
		D3. La aplicación debe estar reflejada en los ejercicios de matemática.
		D4. La aplicación viene en los siguientes cursos de matemática.

Principales hallazgos

Los resultados cuantitativos que se muestran están asociados a las frases:

A1. La fundamentación teórica matemática debe ser lo más importante.

B2. Debo trabajar el concepto de “quitar” antes del símbolo +

C4. Se debe trabajar con la recta numérica.

D3. La aplicación debe estar reflejada en los ejercicios de matemática.

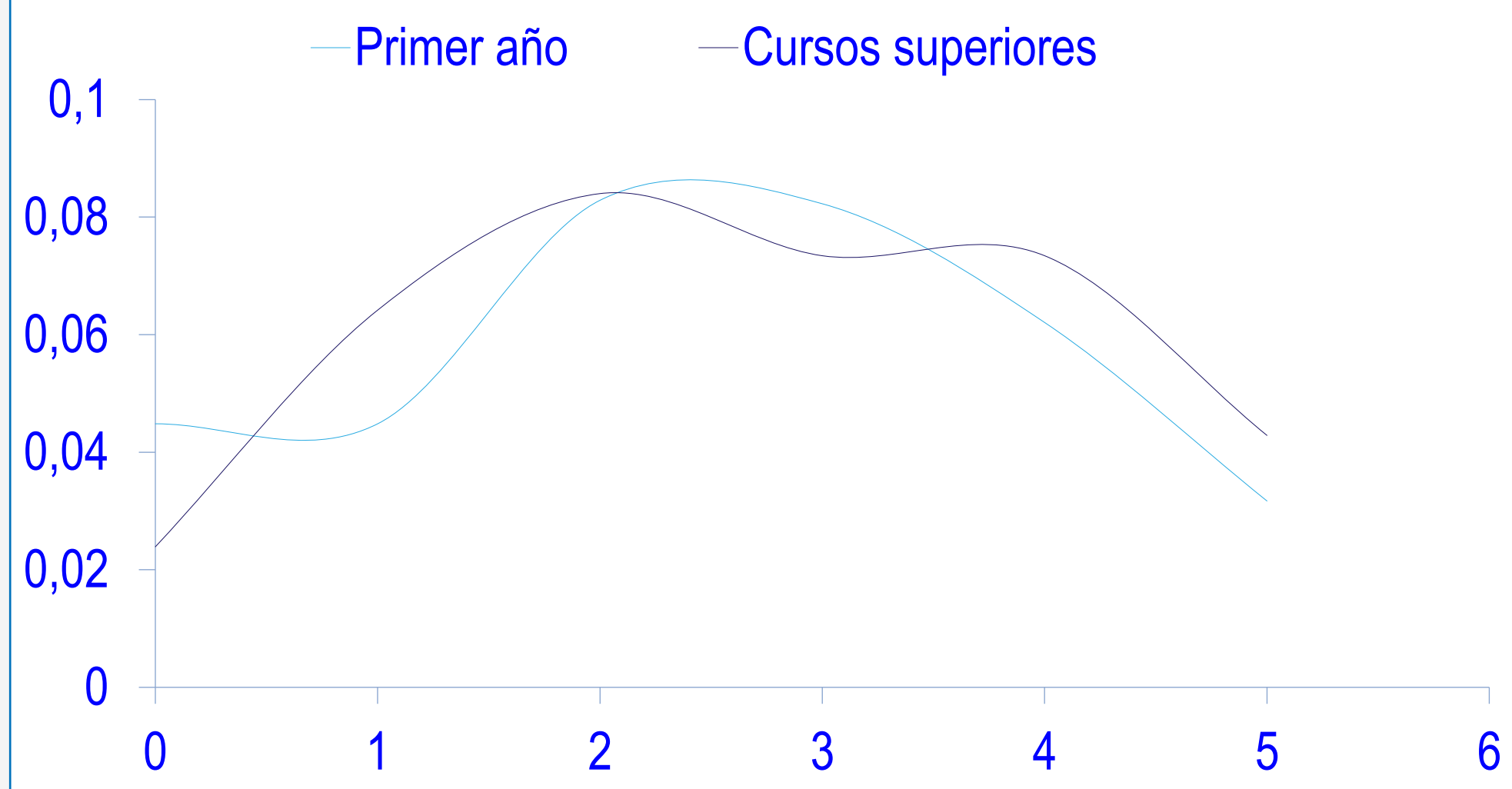
D4. La aplicación viene en los siguientes cursos de matemática.

En la tabla 2 se muestran los valores de asimetría y curtosis, en los cuales la asimetría tiene un error típico de 0,247 y la curtosis tiene un error típico de 0,490.

Tabla 2: Estadísticos descriptivos de distribución de asimetría y curtosis

	Media	Desviación típica	Varianza	Asimetría	Curtosis
A1	3,46	0,823	0,677	-0,582	-0,003
B2	2,98	1,376	1,893	-0,162	-0,800
C4	3,77	1,066	1,137	-1,080	1,966
D3	3,69	1,022	1,044	-1,002	2,052

Distribución de los datos pregunta B2 primer año y cursos superiores



La mayoría de los estudiantes de primer año y de cursos superiores utilizarían la NB de agregar para la primera clase de la adición. Muy pocos estudiantes en FID, solo 12 de 95, utilizaría la NB de juntar en forma dinámica, mucho menos estudiantes, 5 de 95, utilizarían la noción de juntar estáticamente y solo uno de ellos de curso superior comenzaría con la NB de completar.

Los estudiantes de cursos superiores, en su mayoría, prefiere las acciones concretas y muy pocos de ellos utilizaría una descripción visual. No así, los estudiantes de primer año, los cuales tienen diferentes creencias sobre explicar con o sin material.

Conclusiones

En los datos cuantitativos se observan pocas diferencias entre las creencias de los estudiantes de cursos superiores y de primer año. Hay diferencias cualitativas en las respuestas abiertas que incluyen el uso de dibujos y explicaciones con el uso del material. Se pueden observar las NB de juntar y agregar en las respuestas abiertas de los estudiantes de primer año. El rol del juego en los estudiantes de primer año tiene una importancia para el aprendizaje de la adición, pero no hay una mayor descripción.

Se puede decir que la FID transforma creencias, pero que no cambia unas creencias por otras, se puede decir que las profundiza y las amplía con mayores recursos teóricos. En este sentido, es sorprendente encontrar a estudiantes de cursos superiores que consideren el uso de material solo por parte del profesor y no por parte de los propios estudiantes.

Pregunta

¿Cómo incluirías las creencias de tus estudiantes en los cursos que dictas en FID?

Bibliografía

- Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 29(5), 389-407.
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3 – 18. doi: 10.1111/j.1469-7610.2005.00374.x
- Carpenter, T., Levi, L., Loef, M., & Koehler, J. (2005). Algebra in Elementary School: Developing Relational Thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 53 - 59.
- Dowker, A. (2005). Individual Differences in Arithmetic. Psychology Press.
- Ernest, P. (1989). The Impact of Beliefs on the Teaching of Mathematics. En P. Ernest (Ed.), *Mathematics Teaching: The State of the Art* (pp. 249-254). Falmer Press.
- Hofe vom, R. (1995). Grundvorstellungen mathematischer Inhalte. Spektrum.
- Hofe vom, R. (1998). On the generation of basic ideas and individual images: Normative, descriptive and constructive aspects. En A. Sierpinski & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity*. Kluwer Academic Publishers, 317-331.
- Hofe vom, R.; Blum, W. (2016). "Grundvorstellungen" as a category of subject-matter didactics. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 37(1), 225-254.
- Hofe vom, R. & Reyes Santander, P. (2021). Nociones Básicas: Un enfoque didáctico para promover la comprensión del contenido en clases de matemática. En Vom Hofe et al. (Eds.), *Matemática enactiva, Aportes para la articulación entre teoría y práctica en la educación matemática* (pp. 27-60). Grao.
- Lehmann, W. & Juling, I. (2002). Spatial reasoning and mathematical abilities: Independent constructs or two sides of the same coin? *Psychologie in Erziehung und*

- Ministerio de Educación de Chile, MINEDUC. (2013). Bases Curriculares Primero a Sexto Básico 2012. Unidad de Currículum y Evaluación, UCE. https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-22394_bases.pdf.
- Nespor, J. (1987). The role of beliefs in the practice of teaching. *Journal of Curriculum Studies*, 19(4), 317–328. doi:10.1080/0022027870190403
- Reyes-Santander, P. (2012). Caracterización del pensamiento matemático. Escenarios con estudiantes universitarios y de liceo utilizando temas de la Teoría de Grupos. Tesis de Doctorado, Universidad de Augsburgo, Alemania.
- Reyes Santander, P. y vom Hofe, R. (2018). The Basic Ideas (BIS) of Prospective Teachers for the First Class of Teaching Addition. En D. M. Contreras (Ed.), *Proceedings of the first PME Regional Conference South America*, 112-120.
- Reyes Santander, P. & Soto-Andrade, J. (2023). Bildung and pedagogical tact revisited from the perspective of 4e cognition. *Constructivist Foundations*, 18(2), 177–179.
- Schoen, R. C. & LaVenía, M. (2019). Teacher beliefs about mathematics teaching and learning: Identifying and clarifying three constructs. *Cogent Education*, 6(1), 1599488. DOI: 10.1080/2331186X.2019.1599488
- Soto-Andrade J. & Reyes-Santander P. (2011) Conceptual metaphors and "Grundvorstellungen": A case of convergence? En Pytlak M., Rowland T. & Swoboda E. (eds.), *Proceedings of the 7th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education. ERME & Univ. Rzeszow*, pp. 735–744.
- Törner, G., Rolka, K., Rösken, B. & Sriraman, B. (2010). Understanding a Teacher's Actions in the Classroom by Applying Schoenfeld's Theory Teaching-in Context: Reflecting on Goals and Beliefs. En B. Sriraman & L. English (Eds.), *Theories of Mathematics Education, Seeking New Frontiers* (pp. 401-420). Springer-Verlag.